

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ВАСИЛЯ СТУСА

БОЙЧУК ІЛЛЯ АНДРІЙОВИЧ

Допускається до захисту:

В.о. завідувача кафедри прикладної
математики

_____ О. Д. Трофименко

« _____ » _____ 20__ р.

ЕФЕКТИВНІ МЕТОДИ ПОДІЛУ РЕСУРСІВ

Спеціальність 113 Прикладна математика

Кваліфікаційна (бакалаврська) робота

Керівник:

Ветров О. С., ст. викладач

Оцінка: ____/____/____

(бали за шкалою ЕКТС/за національною шкалою)

Голова ЕК: _____

(підпис)

Вінниця – 2021

АНОТАЦІЯ

Бойчук І. А. Ефективні методи поділу ресурсів. Спеціальність 113 «Прикладна математика», спеціалізація «Прикладна математика». Донецький національний університет імені Василя Стуса, Вінниця, 2021.

У кваліфікаційній (бакалавріатській) роботі досліджено популярні методи справедливого поділу. Показано, який метод наближує до максимально оптимального результату при цьому маючи мінімізовану кількість варіантів. Встановлено ефективний метод при прийнятті рішення на прикладі вирішення питання демократичним шляхом.

Ключові слова: розрізання пирога, справедливий поділ, поділ ресурсів, демократія.

36 с., 3 табл., 20 джерел.

ABSTRACT

Boichuk I. A. Effective methods of resource sharing. Specialty 113 «Applied Mathematics», specialization «Applied Mathematics». Vasyl' Stus Donetsk National University, Vinnytsia, 2021.

Popular methods of fair division are studied in qualification (bachelor's) work. It is shown which method approaches the most optimal result while having a minimized number of options. An effective method for making decisions on the example of solving the problem in a democratic way has been established.

Keywords: Cake-cutting, fair division, division of resources, democracy.

36 pages, 3 tables, 20 sources.

ЗМІСТ

ВСТУП	4
РОЗДІЛ 1. ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ МЕТОДУ	5
1.1 Загальні відомості методів та їхнє застосування	5
1.2 Умови постановки задачі	6
1.3 Критерії задоволеності	10
1.4 Правила і стратегії	13
РОЗДІЛ 2. МОДЕЛІ СПРАВЕДЛИВОГО ПОДІЛУ	15
2.1 Суворі очерговість	15
2.2 Збалансована очерговість	16
2.3 «Діли-і-обирай»	16
2.4 Переможець, що підлаштовується	18
2.5 Максимальний критерій (MMS)	19
РОЗДІЛ 3. ВИБІР ЕФЕКТИВНОЇ МОДЕЛІ	
СПРАВЕДЛИВОГО ПОДІЛУ	21
3.1 Переваги і недоліки моделей та їх порівняння	21
3.2 Визначення кращої моделі	25
ВИСНОВКИ	27
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ПОСИЛАНЬ	28

ВСТУП

Актуальність теми дослідження. При прийнятті рішень завжди виникає потреба аналізу даних для остаточного прийняття рішення. Не рідко схибивши на етапі обрання методу результат не перевершує очікування. В свою чергу це може призводити до того, що певна група осіб буде невдоволена результатом. З розвитком демократії та можливості приймати рішення виникає проблематика задоволення потреб усіх, або ж принаймні більшої її частини, залучених в цьому процесі людей.

Метою даного дослідження є аналіз існуючих методів справедливого поділу та обрання оптимального методу з представлених у даній роботі.

Об'єктом дослідження є процес справедливого поділу.

Предмет дослідження – методи та моделі справедливого поділу у прийнятті рішення.

Завдання дослідження:

- дослідити існуючі методи та моделі справедливого поділу;
- проаналізувати ефективність наявних методів;
- виявити ефективний метод справедливого поділу.

Теоретичне та/або практичне значення одержаних результатів. На основі отриманих результатів можна побачити максимізовану ефективність прийнятого рішення та досягти максимальної задоволеності серед учасників, що приймали участь.

РОЗДІЛ 1. ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ МЕТОДУ

1.1 Загальні відомості методів та їхнє застосування

Спільна ситуація – ситуація, яка має декілька варіантів прикінцевого положення та вимагає вибору серед запропонованих результатів.

Поділ – ділення або розподілення на частини ресурсу.

Справедливий поділ – задача, при якій існує необхідність поділу ресурсу чи ресурсів серед усіх учасників, щоб кожен отримав таку частину, яка б деякій мірі влаштувала б його.

Крім того, важливо розрізняти *однорідні* (таке, як гроші) та *неоднорідні* (торт з різними інгредієнтами) множини.

Задачі справедливого поділу, тобто такі, результат поділу яких задовольняло б кожного серед учасників. В той же час кожний з них повинен бути впевнений в тому, що в результаті поділу він отримав не меншу частку за іншого або принаймні таку ж, як у кожного з учасника.

Яскравими історичними прикладами розглянемо наступні події:

1) Територіальний поділ після Другої світової війни.

В даному прикладі діяв метод відповідно до якого лідери країн-союзників поділили територію наприкінці Другої світової війни. Розглянемо наступний епізод перемовин між Вінстоном Черчилем та Йосипом Сталіним:

Оглянувши присутніх за столом при відкритті Толстовської конференції в Кремлі увечері 9 жовтня 1944 року, Черчілль вважає момент «вдалим для справи»: *«Давайте влаштуємо питання з Балканами»*, - почав він свою знамениту фразу, яку з тих пір часто цитують. Потім прем'єр-міністр написав свої пропозиції на звичайному листочку паперу. Росія отримає 90% -ву державу в Румунії, а Великобританія - 90% в Греції. Югославію і Угорщину вони поділять 50:50, але Росія отримає ще й 75% панування в Болгарії. Він передав папірець через стіл маршалу Сталіну, який поставив синім олівцем велику галочку на листкові і перекинув його назад [20].

«Після цього настало довге мовчання», - згадував Черчилль. Нарешті прем'єр-міністр заговорив: «Чи не здасться занадто цинічним, якщо подумают, що ми розпорядилися цими питаннями, настільки доленосними для мільйонів, в настільки недбалій манері? Давайте спалимо цей папір». «Ні, збережіть його», - відповів Сталін.

На наступний день бартерний обмін продовжився між Ентоні Іденом, британським міністром закордонних справ, і його радянським колегою Молотовим.

Молотов оголосив Ідену, що пропозиція розділити вплив в Угорщині 50:50 неприйнятна. Радянські хотіли 75%. Він наполягав і на тому, що у Росії в Болгарії має бути 90%, як і в Румунії. Потім пішли одне за іншим пропозиції, причому Молотов час від часу пропонував поміняти деяку частку впливу Росії в Югославії на практично повний контроль Болгарії та Угорщини. В одному з пунктів Молотов спробував позначити, як будуть втілені ці цифри на практиці. В Югославії, на думку російського міністра закордонних справ, співвідношення 60:40 означає, що Британія буде контролювати прибережні райони, а Росія - центральну частину країни. Іден поступово погодився на те, що вважав гідним компромісом: 20% британського впливу в Болгарії та Угорщини, що виражається в двоступеневій угоді, на підставі якої після закінчення війни Росія дозволить працювати контрольній комісії союзників. За це Молотов погодився на рівний розподіл впливу в Югославії. В цілому, розділ впливу на Балканах нагадував те, як обійшлися з Оттоманською імперією після Першої світової війни, за винятком того, що в даному випадку на кону була не нафта, а люди [20].

Проаналізувавши подібний поділ мабуть важко виділити точний метод, яким могли керуватись учасники серед даного процесу поділу. Однак, можна припустити, що даний тип поділу полягав в тому, що перший ділить, а інші обирають серед запропонованих варіантів та є що не класичним методом, який дійсно можна брати за основу.

Модель, що при цьому може використовуватись має наступний вигляд:

$$v_i(X_i) = v_j(X_i) \quad (1.1)$$

де v_i, v_j – учасники;
 X_i – частка.

2) Пропозиція з конституційної реформи в Англії XVI ст.

Принципу «діли-і-обирай» було застосовано до політичної системи Англії. Пропонувався двопалатний парламент, де аристократичний Сенат після обговорення пропонуватиме законодавчий акт (по аналогії з розрізання пирога), а Палата Громад, без обговорення голосує за чи проти (таким чином обираючи шматок пирога). Видозміна цієї системи, при якому комітети можуть додавати або виключати пункти в проект закону, і до цього дня практикується в Конгресі США і в багатьох інших законодавчих органах.

1.2 Умови постановки задачі

Опишемо детальніше типи і природу конфліктів, для яких застосовуються методи.

1) Двосторонні конфлікти.

Більша частина існуючих конфліктів по суті є двосторонньою. Тому такому конфлікту слід приділити значно більше уваги. Серед даних типів конфліктів враховуються такі поширені як розлучення, трудові відносини. Також, якщо мова йде про міжнародні конфлікти, зазвичай це відбувається між двома коаліціями, учасники кожної з якої можуть мати інтереси, які будуть для них спільними.

Іншою причиною, щодо зосередження уваги двосторонніх конфліктів має практичну властивість. При наявності трьох і більше сторін зі своїми власними інтересами число можливостей вступати в коаліцію і, навпаки, руйнувати сформовані групи миттєво збільшується, не тільки вкрай ускладнюючи шляхи залагодження конфлікту, але і роблячи їх менш піддатливими процедурним

рішенням. Однак деякі з найбільш значних світових конфліктів мають більше двох учасників.

2) Матеріальні блага і проблеми.

Різниця між матеріальними благами, якими є, наприклад, фізичні предмети, які потрібно розділити між спадкоємцями, і проблемами, через які думки сторін розходяться, наприклад, протекціонізм і свобода торгівлі в зовнішньоторговельному конфлікті. Звичайно, багато конфліктів, на кшталт розлучення, включають як матеріальні блага, так і проблеми.

Не менш важливим для аналізу також є питання подільності матеріальних благ або проблем. Тобто чи можливо без втрати цінності предметів здійснити поділ.

Деякі з методів призначені для ситуацій в яких предмети є неподільними (наприклад в умовах розлучення), в той час як інші припускають поділ на частини хоча б одного предмета (наприклад, якщо це стосується землі чи дитини).

3) Добровільний вибір.

В основі всіх методів лежить добровільний вибір. Вирішення конфлікту ніколи не буває нав'язано зовнішньою силою, як при арбітражі. Арбітр за визначенням робить довільний - хоча і заздалегідь свідомий справедливий - вибір, який сторони зобов'язані прийняти.

Методи справедливого поділу, навпаки, надають можливість сторонам, що сперечаються робити власний вибір відповідно до правил. Хоча в цих методах немає й мови про арбітрів, але певну роль можуть зіграти посередники, які можуть допомогти прояснити позиції сторін і дійти згоди, але ні в якому разі не диктують рішення.

Так, наприклад, посередники можуть допомогти сторонам визначити позиції, зокрема з'ясувати, що саме підлягає розподілу, але не можуть визначати, яким буде поділ. Як правило, посередники полегшують процес спілкування сторін, знижують напруженість конфлікту, допомагають виробити практичні деталі застосування певних методів.

На рівні фундаментального підходу справедливість гарантується використанням методів, а не мудрістю або доброю волею посередника. У цьому місці відразу ж виникає питання: чи можна припустити, що кожна зі сторін абсолютно чесна і відкрита до діалогу? Це питання стратегії, яке повинно розглядатися та прийматися до уваги.

Розглянемо коротко наступні методи, які будуть описані та проілюстровані згодом:

1. *Суворі і збалансовані по черговості*. Суворі по черговості - це просто дії, що здійснюються по черзі: ти вибираєш предмет, потім я вибираю предмет, а потім знову ти вибираєш і т.д. Звичайно, право вибирати першим є потужною перевагою, і багато з того, що робиться потім, в тому числі надання права додаткового вибору того, у кого був другий хід, є пошуком розумного способу зменшити цю перевагу, а то і звести його нанівець. Таким чином, конкретний спосіб балансування вибору призводить до методу так званої збалансованої по черговості.

2. *«Діли-і-обирай»*. Це добре знайомий метод «я ріжу (пиріг), ти вибираєш (шматок)», з яким у тій чи іншій формі стикався практично кожен. Але більшість людей, ймовірно, не знає, що вигідніше: ділити чи вибирати. На скільки відомо це залежить від того, що сторони знають про переваги один одного, і від того, чи хочуть вони обдурити партнера або побоюються самі опинитися обдуреними.

Метод тримінга узагальнює метод «діли-і-обирай» на більше число учасників шляхом самостійного вирівнювання часткою кожного на різних етапах. Це здійснюється шляхом підгонки (тримінга), коли підрізають шматок, що здається найбільшим, щоб він став порівняним з меншими шматками, повторюючи метод тримінга з шматками, отриманими в результаті першого розрізання, потім - другого і так далі. Звичайно, цей метод може стати досить складним, особливо при великій кількості учасників.

3. *Переможець, що підлаштовується*. При цьому методі обидві сторони починають з того, що незалежно один від одного (тобто, не оголошуючи про це)

розподіляють 100 балів по всій сукупності предметів, що підлягають розподілу, відповідно до відносної цінності, яку даний предмет являє для них. Так, предмету, який, з вашої точки зору, становить $1/4$ загальної цінності всього, що належить поділити, отримує 25 балів.

Термін «переможець» використовується в цьому методі тому, що кожна зі сторін (тимчасово) отримує ті ресурси, яким вона приписала більше очок, ніж супротивник. Так, якщо я оцінюю квартиру в 24 бали, а мій опонент - в 25, то квартиру отримає він, принаймні, на даній ітерації.

А термін «підлаштовується» пояснюється тим, що метод включає такий етап: нехай спочатку я набираю предметів на 55 балів, за моєю оцінкою, а ви - на 65, по вашій. Тоді ми починаємо передавати ресурси від вас до мене в певному порядку, поки бали не зрівнюються (наприклад, по 60 у кожного). Такий спосіб передачі при вирівнюванні, при якому зазвичай потрібно розділити один з ресурсів на частини, гарантує дотримання деяких важливих вимог справедливості остаточного поділу.

Визначення переваг.

Якщо рішення не нав'язується ззовні, то сторонам потрібно надати можливість визначити свої переваги, точно так, як громадянам має бути надано право вільного голосування, якщо влада дійсно демократична. На противагу цьому, при нав'язаних рішеннях або диктатурі, залишається тільки покладатися на чужу мудрість або добру волю.

Без участі самих сторін спору (без участі громадян при демократії) в процесах оцінки та вибору, «рішення» може привести до випадкових результатів. Щоб демократія працювала, як треба, багато хто з нас повинні прагнути проголосувати відповідно до своїх уподобань щодо кандидатів або політичних партій. Аналогічно, щоб не нав'язаний ззовні справедливий поділ спрацював, як треба, учасники повинні вказати, наскільки вони цінують ті чи інші речі.

У термінах визначення переваг, будь-який метод вимагає від учасників, щонайменше, готовності і здатності вибрати найбільш бажаний ресурс. Тобто, дивлячись на набір ресурсів, учасник повинен бути в змозі вказати на один з них

і сказати: «Цей ресурс має для мене не меншу цінність, ніж інші ресурси цього набору». По суті, це все, що потрібно при методах почергового вибору, тому їх так просто застосовувати.

Метод «діли-і-обирай» вимагає більшого. Нехай, наприклад, супротивна сторона зробила поділ, а тепер вам потрібно робити вибір. Це означає, що вам потрібно порівняти два набори предметів і сказати, якому з них ви віддаєте перевагу. Це, безумовно, важче, ніж вибрати єдиний бажаний предмет. Однак, розділити на два набори важче, ніж вибрати один з них, і саме це може виявитися надмірним при оцінці.

Метод «переможець, що підлаштовується» має ще більше вимог. Після того, як 100 балів будуть розподілені між предметами набору на підставі їх порівняльної цінності, теоретично можна було б розбити набір на дві частини, вартістю по 50 балів і застосувати метод «діли-і-обирай». Але метод «переможець, що підлаштовується» використовує інший принцип поділу на дві частини. Вона вимагає, щоб сторони вказували відносну цінність кожного предмета, а не просто розбивали на два рівноцінних набори. Слід сказати, що переваги застосування методу «переможець, що підлаштовується» виправдовують додаткові зусилля по визначенню відносної цінності предметів.

Така наша постановка завдання: ми концентруємося на двосторонніх конфліктах, які стосуються поділу предметів або розбіжності позицій, або того й іншого відразу, а також розглядаємо методи, засновані на добровільному виборі і готовності визначати переваги і навіть кількісно оцінювати їх. Завдання полягає в знаходженні методів, що дозволяють гарантувати задоволеність кожної зі сторін, незалежно від того, як веде себе інша сторона або сторони. Та потрібно розглянути детальніше, що таке «задоволеність» і як її можна гарантувати.

1.3 Критерії задоволеності

Існує чотири критерії, за якими можна судити про справедливість угоди. Їх легко звести до трьох, оскільки перший критерій є більш м'якою формою другого і, тому, його можна викинути. Метод є справедливим в тій мірі, в якій він задовольняє цим критеріям.

1. *Пропорційність*. Для дотримання даного критерія слід вважати те, що для пропорційності важливе те, що кожний учасник отримав принаймні на частинку, частка якої не менша за інші, а в деяких ситуаціях можливо і навіть більша. У випадку, коли поділ відбуватиметься серед двох учасників, то пропорційність виникає в тому, що кожний з них вважатиме, що отримав не менше $1/2$, при трьох учасниках – не менше $1/3$ і т.д.:

$$v_i(S_i) \geq \frac{1}{N} \quad (1.2)$$

де v_i – учасник;
 S_i – частка учасника;
 N – кількість учасників.

2. *Відсутність заздрості*. Що, крім пропорційності, ще потрібно? Це відсутність заздрості, тобто, щоб ні в одній зі сторін не виникало бажання віддати отриману частку в обмін на частку, отриману іншою стороною. Але це і означає, що жодна зі сторін не відчуває заздрощів по відношенню до інших сторін.

У двосторонніх конфліктах немає відмінності між пропорційним поділом і поділом, що не викликає заздрості. Щоб зрозуміти, чому це так, припустимо, що рішення має пропорційність, тобто вважатимемо, що отримали не менше половини спірного добра. Навіщо ж тоді комусь заздрити? Безумовно, немає за чим. Якщо хтось вважатиме, що отримав не менше половини, стало бути, інший отримав від хоча б половину. Міркуючи аналогічно, якщо інший отримав не

менше половини, то перший не заздритиме. Таким чином, рішення не викликає заздрості. І, навпаки, якщо рішення не викликає заздрості, то, значить, кожен з двох учасників вважатиме, що отримав не менше половини, оскільки, в іншому випадку, хоча б один з них заздритиме іншому, хто отримав більше половини. Тоді, якщо сторони дві, то пропорційність і відсутність заздрості мають схожість.

Однак в разі трьох сторін відсутність заздрості більш сильна умова, ніж пропорційність. Наприклад, перший вважатиме, що отримав свою третину, але інший отримав половину (бо третій, на власний погляд, отримав лише шосту частину), тоді складеться ситуація, коли хтось буде заздрити тому, хто отримав половину. З іншого боку, якщо при поділі між трьома сторонами відсутня заздрість, то повинні вважати, що отримали хоча б третину. (В іншому випадку, вважатиметься, що обидва разом отримали більше двох третин, і стануть заздрити одному або обом, хто отримав більше третини). Отже, при поділі, де відсутня заздрість, завжди є пропорційність, навіть якщо є більше двох учасників, але пропорційний поділ не завжди забезпечує відсутність заздрості:

$$v_i(S_i) \geq v_j(S_j) \quad (1.3)$$

де v_i, v_j – учасники;
 S_i, S_j – частки учасників;
 N – кількість учасників.

3. *Рівноцінність*. Є ще один аспект задоволеності, що відноситься до відсутності заздрості, але більш тонкий. Уявимо поділ при розлученні, коли вважатиметься, що один отримав 51% загального майна, а інша «половинка» вважатиме, що їй дісталася 90%. Оскільки те, що дісталася першому, її мало буде цікавим, звідси й очевидно, що вона не стане заздрити?

Нехай один з них вважатиме, що отримав 51%. Тоді, незалежно від того, що думає інший про свою частку, з його точки зору, вона отримала тільки 49%. Він щасливий? Чому б і ні? Адже він вважатиме, що його частина (трохи) побільше.

Однак йому напевно не сподобається те, що його інший куди більше задоволений розділом, (вважаючи, що було отримано 90%), ніж він (що отримав, на свою думку 51%). Таким чином, хоча він і не заздрить отриманій нею частці, він може заздрити тому, що вона сильніше радіє своїй частці, ніж він - своєю.

Рівноцінність означає тут, що обидві сторони вважають, що отримали однакову частку, відповідно до того, як кожен з них оцінює різні блага. У сукупності з відсутністю заздрості це означає не тільки те, що кожен отримав більше половини, але що це перевищення однакове. Наприклад, рівноцінність проявиться в тому, що чоловік вважає, що йому дісталось 70% та його дружина вважає, що їй дісталось також 70%, що зовсім не схоже на випадок, коли оцінка своєї частки чоловіком становить 51%, а дружиною – 90%. Зрозуміло, що, якщо обоє з подружжя вважають, що отримали по 70%, вони однаково задоволені поділом.

Рівноцінність - властивість, в наявності якої перекоонатися важко. Як виміряти, чи однаково задоволені поділом обидві сторони?

На щастя, таку оцінку можна здійснити за допомогою процедури розподілу балів, використовуваної методом «переможець, що підлаштовується», коли кожна зі сторін розподіляє 100 балів між усіма предметами, що підлягають поділу. Поділ буде рівноцінним, якщо перша сторона отримує стільки ж згідно своїй оцінці, скільки друга сторона відповідно до своєї.

$$v_i(S_i) = v_j(S_j) \quad (1.4)$$

де v_i, v_j – учасники;

S_i, S_j – частки учасників;

N – кількість учасників.

4. *Ефективність*. Останнім з критеріїв задоволеності є відсутність невикористаних ресурсів, завдяки яким можна отримати більше вигоди. Рішення

ефективне, якщо не існує ніякого іншого поділу, яке було б краще для однієї зі сторін, не будучи гірше для іншої сторони.

Ефективність сама по собі (окрема від властивостей пропорційності, відсутності заздрості або рівноцінності) не є гарантією справедливого поділу. Наприклад, поділ, при якому одному дістається все, а іншому - нічого, є ефективним: будь-який інший поділ погіршить становище того, хто отримав все. Тільки в поєднанні з іншими критеріями ефективність забезпечує задоволення всіх сторін.

Отже, тепер у нас є всі чотири критерії, щоб переконатися, чи задоволені сторони способом вирішення конфлікту: пропорційність, відсутність заздрості, рівноцінність і ефективність. В подальшому аналізі немає необхідності перевіряти методи справедливого поділу за критерієм пропорційності, оскільки воно автоматично виконується при відсутності заздрості. А ось інші три критерії незалежні один від одного.

У подальшому слід простежити, як різні методи справедливого поділу відповідають критеріям відсутності заздрості, рівноцінності і ефективності. Коли все сказано і зроблено, справедливість рішення залежить від ступеня задоволення трьома даним критерієм.

Проте ці критерії практично безглузді, якщо відсутній потенціал взаємовигідних рішень. Так, якщо ви торгуєтесь про ціну придбаного автомобіля, який сенс може мати відсутність заздрості? Тут мірилом буде швидше порівняння ціни автомобіля з НАВУ (найкраща альтернатива виторгуваній угоді), або запасним варіантом. В даному випадку НАВУ - це кошти, необхідні для приведення в порядок старого автомобіля.

Немає очевидного НАВУ в разі розлучення, колективних трудових суперечок, міждержавних конфліктів та інших ситуаціях, коли сторони можуть просто легко призупинити перемовини, не приходячи до згоди. У відсутності задовільної альтернативи, яка була б здійсненна самостійно кожною зі сторін, у них немає реальної запасної позиції. Тому, кожній зі сторін доводиться

визначати, якого роду врегулювання мінімально прийнятне, іншого виходу немає.

Метод, що забезпечує справедливість обраного рішення, перевірена за критеріями відсутності заздрості, рівноцінності і ефективності, необхідна в ситуаціях, коли у обох сторін немає іншого виходу, крім того, щоб намагатися співіснувати один з одним, нехай окремо і практично не спілкуючись, як іноді при розлученнях. Тоді виникає питання: які методи краще працюють в цих ситуаціях? А також гарантувати справедливість рішення.

1.4 Правила і стратегії

Неупереджені методи, які не надають ніяких переваг жодній зі сторін, є ключем до справедливого вирішення. Будь-який метод описується своїми правилами, тому з'ясуємо, що ж таке правила.

Правила - це система приписів, з якою згодні всі сторони і яка може нав'язуватися арбітром, не повідомляючи переваг будь-якої зі сторін. Так, правило може вимагати: «Розділіть набір предметів на дві купки». Підрахувавши купки, арбітр може встановити, чи виконано цей припис. Але в правилі не може бути сказано: «Розділіть набір предметів на дві купки так, щоб вони були, з вашої точки зору, рівноцінними», тому що у арбітра немає можливості перевірити, чи виконана остання частина вимоги.

Сторони засновують свої стратегії, або дії, не тільки на правилах, а й на власних знаннях (наприклад, цінності різних предметів). Після того, як встановлені правила, у кожної зі сторін є на вибір безліч стратегій. Наприклад, якщо вам випало ділити методом «діли-і-обирай», то за правилами ви повинні розділити всі предмети на дві купки.

Ніде не сказано, що ви повинні використовувати заздалегідь визначену стратегію. Насправді, бувають ситуації, коли ви можете захотіти відхилитися від такої стратегії, виходячи з тієї інформації про переваги вашого опонента, яка у вас є.

Чому ж хороша стратегія рівного розподілу методом «діли-і-обирай»? Відповідь: вона гарантує певний рівень задоволення - в даному випадку за критерієм відсутності заздрості. Ми називаємо стратегії такого типу гарантуючими стратегіями, оскільки задоволення, яке приносить її використання не залежить від дій інших сторін. Однак, метод «діли-і-обирай» може привести до рішення, яке далеко не рівноцінно і зовсім не ефективно.

Відхід від гарантуючої стратегії часто виявляється необачним. Пастка Соломона може буди яскравим на це прикладом. Якби йому не вдалося перехитрити самозванку своїм прийомом, і вона теж заперечила б, Соломону б нічого не залишилося, крім того, щоб привести у виконання свій наказ розділити дитину навпіл, що не сприяло б зростанню його популярності. Дійсно, у Соломона були можливості прийняти менш радикальні рішення, наприклад, відібрати дитину у обох жінок, якби вони не зуміли домовитися між собою. Але такого роду рішення - за межами нашого вивчення, в якому заборонено залучення третьої сторони, яка надає впливом геть досягнення справедливого рішення.

Завдання полягає у пошуку методу, який визначається правилами, які учасники конфлікту зможуть використовувати. Цим правилам відповідають стратегії, які можуть використовуватися конфліктуючими сторонами, щоб забезпечити собі певного рівня задоволення.

РОЗДІЛ 2. МОДЕЛІ СПРАВЕДЛИВОГО ПОДІЛУ

2.1 Суворі черговості

Розглянемо метод суворі черговості. В основі даного методу чітке правило: під час вибору притримуватися саме тієї послідовності, що була визначена попередньо.

Також слід зауважити, що обрання ресурсу за один хід можливий у розмірі однієї одиниці. При ситуації, коли учасниками допускається можливість заволодіння двома ресурсами послідно, такий поділ неможливо назвати суворі черговістю.

Дослідимо наступний представлений приклад. Постановкою задачі буде слугувати розлучення Ольги та Олега при якому є необхідність у поділі здобутих благ:

- бізнес;
- велика ділянка з будинком;
- збереження у вигляді цінностей (золото, срібло та ін.);
- автопарк з трьома автомобілями.

Учасникам даного спору запропонована можливість вибору ресурсу у суворі послідовності. Нехай попередньо у порядку спадання кожним з них була розставлено ресурси, що відображаються у Таблиці 2.1.

Таблиця 2.1 – Послідовно розставлені ресурси

№№	Ольга	Олег
1	Автопарк з трьома автомобілями	Бізнес
2	Велика ділянка з будинком	Автопарк з трьома автомобілями

3	Бізнес	Збереження у вигляді цінностей (золото, срібло та ін.)
4	Збереження у вигляді цінностей (золото, срібло та ін.)	Велика ділянка з будинком

Для визначення порядку можемо використати будь-який спосіб ймовірності випадання, наприклад монета чи гральна кістка. Таким чином можемо визначити, хто буде наділений правом першого вибору ресурсу.

Вважатимемо також те, що обидва учасника були щирими при оцінці зазначених відповідно до важливості ресурсу для кожного з них.

Нехай, правом на перший крок було надано Ользі, тоді таблиця матиме наступний вигляд:

Таблиця 2.2 – Проведене обрання ресурсів відповідно до черги

№№	Ольга	Олег
1	Автопарк з трьома автомобілями	Бізнес
2	Велика ділянка з будинком	Автопарк з трьома автомобілями
3	Бізнес	Збереження у вигляді цінностей (золото, срібло та ін.)
4	Збереження у вигляді цінностей (золото, срібло та ін.)	Велика ділянка з будинком

Спостерігаємо закономірність отриманих ресурсів. Ольга отримала автопарк з трьома автомобілями та велика ділянка з будинком, а Олег – бізнес та збереження у вигляді цінностей (золото, срібло та ін.).

Звісно, знаючи стратегію даного методу, один з учасників може діяти в своїх інтересах, знаючи вподобання супротивного учасника.

2.2 Збалансована почерговість

Розглянемо збалансовану почерговість. Відмінність даного методу від суворої почерговості в тому, що кожен з учасників в праві обрати перший хід на будь-якому етапі вибору ресурсу. При цьому слід зазначити, що даний підхід чудово виконується при умові, якщо на кожному етапі не виникає конфліктів. Конфлікт може полягати в тому, що на одному кроці учасники вподобають один і той же ресурс. Тому, задля уникнення конфліктної ситуації варто перейти до моменту кроку з запитом.

Крок з запитом надає можливість помістити в суперечливий список той ресурс, що є у обох на одному кроці важливості та пропонується переходити до наступного, де подібних конфліктів немає.

2.3 «Діли-і-обирай»

Розглянемо ситуацію поділу між двома учасниками. Для більш детальної ілюстрації розглянемо конкретний приклад поділу майна між подружжям, в процесі розлучення. Припустимо, що майно, яке підлягає поділу має наступний перелік:

- автомобіль;
- великий приватний будинок у центрі Києва;
- земельна ділянка;
- невелика квартира неподалік земельної ділянки;

- колекція цінних книг;
- побутова техніка;
- набір рідкісних картин;
- набір стародавнього посуду.

Змодельємо перевагу кожного з учасників таким чином, що чоловік, у зв'язку з особливістю роботи потребує автомобіль, а також великий приватний будинок, якому необхідна побутова техніка з колекцією книг. А жінка є домогосподаркою, та їй важливе землеволодіння з квартирою, що має зручне розташування до земельної ділянки та як для цінительки наборів – прагне залишити собі рідкісні картини та посуд. Ці припущення можна перевести у відсотки та отримати наступне:

Таблиця 2.3 – Відповідність вподобань кожного з учасників у %

Предмет	Оцінка, %	
	чол.	жін.
Автомобіль	25	4
Великий приватний будинок у центрі Києва	20	4
Земельна ділянка	6	25
Невелика квартира неподалік земельної ділянки	6	33
Колекція цінних книг	18	10
Побутова техніка	16	7
Набір рідкісних картин	5	12
Набір стародавнього посуду	4	5
Всього	100	100

Якщо чоловік не знає про смаки дружини, ділення 50% на 50% першочергово може мати наступні варіанти:

1 набір - автомобіль (25%) та великий приватний будинок у центрі Києва (20%) та набір рідкісних картин (5%);

2 набір – земельна ділянка (6%), невелика квартира неподалік земельної ділянки (6%), колекція цінних книг (18%), побутова техніка (16%) та набір стародавнього посуду (4%).

При цьому жінка однозначно обере другий набір. Відповідно до її оцінок, загальна цінність буде складати 80% ($25 + 33 + 10 + 7 + 5 = 80\%$).

У випадку, якщо поділ буде робити жінка не знаючи вподобань чоловіка та на умовах власних вподобань буде притримуватися поділу 50% на 50%, її набори матимуть наступний вигляд:

1 набір - невелика квартира неподалік земельної ділянки (33%), Набір стародавнього посуду (5%) та набір рідкісних картин (12%).

2 набір – автомобіль (4%), великий приватний будинок у центрі Києва (4%), земельна ділянка (25%), колекція цінних книг (10%), побутова техніка (7%).

В такому випадку чоловік обере 2 варіант. Даний вибір буде ґрунтуватись на власній оцінці переваг для чоловіка та складатиме 85% ($25 + 20 + 6 + 18 + 16$) від загального.

У випадку, коли сторона протилежна до обираючого, заздалегідь буде знати про його вподобання та враховувати ці знання для особистої вигоди, будемо мати зовсім інші результати і цілком вони не будуть побудовані на справедливості як такі.

2.4 Переможець, що підлаштовується

Наступний метод в дослідження так званий «переможець, що підлаштовується» (англ. - *adjusted winner*). Дана модель була запропонована в 90-ті роки XX ст. американськими вченими С. Брамсом та А.Тейлором. Метод передбачає та задовольняє умови відсутності заздрості, рівноцінності та ефективності.

Нехай учасники A та B здійснюють поділ ресурсів X_1, \dots, X_n ; a_i – оцінка вподобань i -го ресурсу для A , b_i - для B . Оцінки присвоюються в частках від одиниці, тобто:

$$\sum_{i=1}^n a_i = \sum_{i=1}^n b_i = 1 \quad (2.1)$$

Впорядкування ресурсів здійснимо відповідно до зменшення, тобто вважатимемо, що $a_1/b_1 \geq a_2/b_2 \geq \dots \geq a_n/b_n$. Варто зауважити, що в даному випадку ресурси мають ненульову цінність, тобто $a_i > 0$, а також $b_i > 0$. Нехай z - максимальне i , для якого $a_i/b_i \geq 1$.

На першому кроці методу «переможець, що підлаштовується» учаснику A надаються усі ресурси X_i , де $1 \leq i \leq z$, а учаснику B – ті ресурси X_i , де $z+1 \leq i \leq n$.

При умові рівності виграшу метод завершується. В супротивному, потрібно дослідити поділ ресурсу X за таких умов, коли обидві сторони задовольняються однаково. Даний показник повинен бути наближеним до 1 у відношенні a_i/b_i . Відповідно це ресурс X_z , якщо за висновками після першого кроку більшу кількість балів було набрано учасником A , або X_{z+1} , якщо більшу кількість балів отримав учасник B . Цікавим є також те, що можливо при умові повної передачі ресурсу X учаснику, що програв, то він так і ним залишиться. Тоді слід передати йому передати цей ресурс у повному обсязі та перейти до іншого – X_{z-1} або X_{z+2} , до того часу, допоки кількість балів не буде зрівняна у обох учасників.

Результатом цього всього буде отримано наступний поділ: існує деяке k , $1 \leq k \leq n$, таке, що ресурси з *першого* по $(k-1)$ отримує A , з $(k+1)$ по n -й – B , а k -й ресурс розподіляється між ними таким чином, щоб досягти рівності балів.

2.5 Максимальний критерій (MMS)

Ще одним з дієвих методів у нашому випадку є максимальний критерій. В основі даного методу є поділ питань, що потребують вирішення на множини. Отримавши необхідний мінімум можемо застосувати наступну формулу:

$$u_i \geq \max_{J=T_1 \sqcup \dots \sqcup T_N} \min_{T_k} \sum_{j \in T_k} \max_{d_j} u_i(j, d_j) \quad (2.2)$$

де T_1, \dots, T_N – множини;

T_k – залишкова множина;

j – учасники;

i – питання;

d_j – рішення.

Дану формулу слід розглядати з кінця. На першому кроці розглядаємо ситуацію, при якій j -ий учасник обирає кращий варіант вирішення по i -ому питанню. В нашому випадку частина рівняння, яка використовується при цьому має наступний вигляд:

$$\max_{d_j} u_i(j, d_j) \quad (2.3)$$

На поточному етапі визначається те, що j -ий учасник робить це з усіх питань T_k :

$$\sum_{j \in T_k} \max_{d_j} u_i(j, d_j) \quad (2.4)$$

Обрання з групи питань, що залишилась для j -го учасника, серед інших груп та згодом це і буде максимізовано оптимальне рішення продемонстровано на даному фрагменті формули:

$$\min_{T_k} \sum_{j \in T_k} \max_{d_j} u_i(j, d_j) \quad (2.5)$$

РОЗДІЛ 3. ВИБІР ЕФЕКТИВНОЇ МОДЕЛІ СПРАВЕДЛИВОГО ПОДІЛУ

3.1 Переваги і недоліки моделей та їх порівняння

Звернемо увагу на переваги, недоліки моделей для всебічного порівняння. Отже, метод **суворої почерговості**, має значну проблему в тому, що при розподілі ресурсу таким чином не можливо гарантувати критерій відсутності заздрості. Адже, серед того, що більш вірогідніше, так це те, що один із учасників почне заздрити іншому через те, що він отримав право на першочерговість вибору та отримає ресурс, що має більше значення за наступний. Також, слід зазначити те, що метод суворої почерговості має свою ефективність, якщо обидва учасники під час вибору ресурсу роблять це відверто.

Ефективність методу буде також залежати від припущень відносно того, наскільки учасники поділу спроможні порівняти набір ресурсів. Основи даного методу – попредметне порівняння, а отже вибір сторін не повинен переходити на нещирий вибір.

При всьому цьому, також можуть створюватися наступні нові послідовності вибору, що будуть значно вигіднішими для обох учасників, при цьому скасувавши обмеження попредметного порівняння та здійснювати ці порівняння суцільно набором.

Момент рівноцінності даного методу можливо оцінити тим, яке мінімальне значення повинен отримати учасник. Адже, оскільки невідомо, яку частку від загальної цінності ресурси представляють для *учасника_1* та *учасника_2*, то не можливо сказати чи рівноцінні частки, що були ними отримані.

Суворі почерговість є досить поширеною. Поширенням цей метод робить те, що він відповідає наступним критеріям:

1. Відсутність особливих вимог до учасників, щодо визначення пріоритетності ресурсів відповідно до особистих переваг;
2. Легкість сприйняття даного методу та чітка зрозумілість того, що поділ відбувається дійсно справедливо.

Тим не менше, суворі черговість має декілька суттєвих обмежень. Одним з них вважатимемо вірогідність виникнення критерія заздрості на певному етапі. Навіть, у випадку встановлення права першого ходу шляхом жеребкування чи викиданням монети не можна не погодитись з тим, що таке право дає велику перевагу учасника₁. Цей момент, навіть під аргументом випадкового везіння, суттєво завдає шкоди йому.

Іншим недоліком цього методу вважатимемо те, що аспект використання його є досить обмежений в тому сенсі, що його ефективність зосереджена на попередньому порівнянні кожного ресурсу. Не ефективність може бути спричинена тим, що у більшості випадків порівняння відбувається суцільно, тобто наборами.

В більш широкому розумінні та порівнянні метод суворі черговості досягається досить рідко. Тоді ситуація починає відноситись вже до іншого методу, що розглядався – «переможець, що підлаштовується», в якому всі критерії справедливості набувають відповідності.

Підсумовуючи вище зазначене, якщо жоден з учасників не має права на переваги то виникає необхідність в забезпеченні компенсації переваги, що виникає у учасника, що отримав право на перший хід. Однак, це можна виключити, якщо обидві сторони вважатимуть, що всі ресурси, що підлягають поділу мають однакове значення і сам фактор черговості байдужий. Простота застосування методу суворі черговості робить його одним з привабливіших методів.

Збалансована черговість, на відміну від методу суворі черговості краще відповідає критеріям. Та у випадку, якщо порівняння буде відбуватись попередньо, тоді цей метод повністю звільняється від ризику становлення критерію заздрості. Це буде рівно до того моменту, якщо ресурси, що будуть поділяться рівно можна поділити між учасниками. Тобто, якщо учасників двоє, то слід використати метод ділення з залишком таким чином, щоб залишок після ділення дорівнював нулю. В супротивному є ризик того, що один чи декілька

учасників почнуть заздрити, що інший/інші отримав(-ли) більше від частини ресурсів.

Ефективність даного методу має ідентичність з методом суворої послідовності. Якщо порівняння визначено лише попредметно, то незалежно від того, яку стратегію оберуть учасники, поділ буде ефективним в будь-якому випадку.

Як у випадку із суворою почерговістю рівноцінність не піддається порівнянню ґрунтуючись на сортуванні учасниками. Конкретизуючи, цей метод забезпечує більшу рівноцінність і у випадку порівняння його з методом суворої почерговості досягається це за рахунок того, що інший отримує більше шансів на отримання бажаного ресурсу.

Аналізуючи даний метод, у випадку, якщо відношення до учасників має бути однаковим, то можна зазначити відсутність переконливих аргументів щодо причин використання суворої почерговості, коли можливе використання збалансованої. Подібність обох методів є однією з характерних рис. Однак, збалансована почерговість має строгу вимогу до учасників, щодо встановлення пріоритетів кожному з ресурсів та розуміння вимог справедливого поділу. Разом з цим засвідчено відсутність очевидного недоліку критерія заздрості у випадку попредметного порівняння.

Слід також врахувати те, що при визначенні ланцюжка почергового вибору ресурсу виникає питання цінності тих самих ресурсів. Та чи не буде один ресурс набагато ціннішим від усіх інших ресурсів в сукупності. Оскільки даний спосіб вибору ресурсів може спричинити несправедливість у перевазі одного учасника до іншого, варто в такому випадку відмовитись від ланцюжків почергового вибору, якщо тільки учасники поділу перед початком поділу не домовляться про те, що підходить для них більше.

Таким чином, у випадку вибору методу, за допомогою якого буде відбуватись поділ ресурсів ще до моменту жеребкування, варто зупинитися на збалансованій почерговості, оскільки вона має більшу перевагу у порівнянні із суворою почерговістю. Однак, навіть в збалансованій почерговості є ризик

виникнення заздрості, оскільки набір ресурсів, що були отримані одним з учасників, в сукупності може здаватися значно більшими за набір іншого.

У випадку попередніх методів, метод «діли-і-обирай» гарантує те, що учасники будуть звільнені від ризику заздрості один одному. Звісно у даному методі, якщо не знати переваг іншого учасника, то ресурси при цьому будуть поділені порівно. Однак, у випадку, якщо частина ресурсів для одного буде не суттєва у перевазі, а іншого – навпаки, в такому випадку вийде, що другий отримає більше задоволеності (в його розумінні), ніж перший.

На відміну від методів почерговості, метод «діли-і-обирай» надає можливість порівнювати набір ресурсів, а не кожний з них окремо. При цьому вигода може бути отримана як тим, хто здійснює поділ, так і тим, хто обирає. Все залежить від того, наскільки багато інформації учасники знають про переваги один одного. Таким чином не досягається критерій рівноцінності, однак якщо застосувати метод «рухаючогося ножа», то в загальному цей критерій можливо буде досягти. При цьому, використавши «рухаючийся ніж» завдається шкода критерію ефективності.

При виникненні ситуацій, коли постає вибір обрання методу збалансованої почерговості чи «діли-і-обирай», у останньої є певні переваги. Наприклад, вона наділяє можливістю кожному із сторін обирати ту стратегію, що гарантуватиме поділ, що не матиме заздрості, в той час, як метод збалансованої почерговості не може цього гарантувати. Окрім того, метод «діли-і-обирай» має симетричну версію, яка гарантуватиме рівноцінність.

Гіршим за все, метод «діли-і-обирай» може проявитися в абсолютній нездатності відшукати ефективне рішення, при якому жодна із сторін не може поліпшити свій результат чи не погіршити становища іншого учасника. Недоліки в даному методі можуть проявитися також в маніпулюванні тим, що навіть у випадку, якщо той, хто ділить, може використовувати знання переваг того, хто обирає таким чином, що набір задовільнив би сторону-отримувача, не факт, що учасник, який буде обирати піддасться на це.

Отже, можливість поділу ресурсу порівну повністю звільняє даний метод від заздрості, однак це і не така й вже перевага, враховуючи, що учасники можуть залишитися цілковито невдоволеними, знаючи, що існують методи поділу, які задовольнятимуть їх обох краще, ніж цей метод. Це повертає нас до не ефективності методу. У зв'язку з тим, що недолік дійсно є суттєвим, його не можна рекомендувати для загального використання для всіх випадків.

Метод **«переможець, що підлаштовується»**, задовольняє усім необхідним критеріям. Перший з критеріїв відсутності заздрості може виявитись не таким очевидним, однак даний критерій дотримується. Дотримання даного критерія полягає в тому, що кожен з учасників отримує не менше 50 балів (1/2) за власним судженням. З огляду на це, вважатимемо, що причини для заздрості іншому учаснику відсутні. Більш того, цей критерій зберігається навіть у випадку, якщо один учасник знає якусь інформацію про переваги іншого учасника, однак не слід вважати, що подібні знання не зашкодять при цьому іншому учаснику.

Відмінним критерії від інших попередніх методів є його ефективність. Вона полягає в тому, що метод «переможець, що підлаштовується» надає більше балів пріоритетності обом учасникам. Ефективність гарантується за умов чесності учасників один перед одним. Також цей метод позбавлений права на маніпуляцію. Це може відбутись лише за тих обставин, якщо іншому учаснику точно відомий розподіл балів на пріоритет ресурсів.

Критерій рівноцінності досягається за рахунок того, що кожний з учасників підлаштовується під іншого та закладено в даний метод спочатку. Тобто, якщо один учасник отримав 70 балів за його власною шкалою, то неодмінно інший учасник отримає такий самий бал у випадку, якщо дві сторони абсолютно щирі між собою, тому вони будуть усі задоволені.

Таким чином, метод «переможець, що підлаштовується», задовольняє усім трьом критеріям, якщо сторони щирі одне з одним. Він досить простий в описі, однак на практиці, при застосуванні реальних конфліктів вимагає докладання

зусиль. При розподілі очок, як правило, важливу роль зіграє чесність. Це є найбільш вірною політикою з міркувань як етичних, так і політичних.

На останок метод **максимального критерію (MMS)**. В основі даного методу закладено всі можливі варіанти поділу ресурсів між учасниками. Даний метод позбавлений такого критерію як заздрість, адже учасники отримують те, що бажають. У випадку, коли ситуація постає таким чином, що бажання учасників співпадають, конфліктуючий завдяки потраплянню у суперечливий список та подальший поділ може відбуватись за допомогою кроку з запитом або за можливості поділу його навпіл – розподіляється порівну між учасниками.

У питанні ефективності цей метод також не поступається іншим, адже кожен з учасників отримає як мінімум половину при цьому максимально задовільняючи кожну із сторін. Також, критерій рівноцінності відповідає заданому значенні. Відповідно до переваг кожного з учасників, кожен при цьому отримує бажаний ресурс.

В результаті, даний метод відповідає усім необхідним критеріям для справедливого поділу. Метод надає можливість задовільнити потребу максимально можливу у випадку ситуації поділу та може застосовуватись у випадку вирішення моментів неоднозначності чи складності у визначенні на вигіднішого результату ситуації.

3.2 Визначення кращої моделі

Збалансована почерговість має свою простоту у використанні. Суворі черговість, можливо, найбільш часто може застосовуватись при розлученнях та поділі нерухомості, але вона надає великі переваги тому, хто вибирає першим. Така модель може призвести до заздрості, з виключення того, якщо всі спірні предмети є приблизно рівноцінними. З іншого боку, збалансована почерговість дозволяє учасникам в багатьох випадках компенсує переваги того, хто здійснює першим вибір. Якщо є значна кількість порівняно дрібних предметів та учасники не можуть або не хочуть порівнювати набори сукупно (як вимагає метод «діли-

і-обирай»)) або кількісно оцінювати переваги шляхом поділу балів (як вимагає «переможець, що підлаштовується»), то збалансована почерговість не тільки проста в користуванні, але і складна для маніпулювання. Але, якщо спірними предметами є не конкретні речі, а невловимі проблеми, то від методів почерговості низький рівень ефективності. По черзі вибирати, чия точка зору повинна взяти гору, значить використовувати занадто грубий інструмент для отримання тонкого і вправного балансу інтересів.

Метод «діли-і-обирай» рідко буває найкращим методом, але має свої переваги в певних ситуаціях. Метод «діли-і-обирай» - давнього походження, і є ситуації, на кшталт поділу пирога або ділянок землі для підводного видобутку корисних копалин, до яких вона може бути застосована, та ні збалансована почерговість, ні «переможець, що підлаштовується» не підходять. Метод «діли-і-обирай» можна застосовувати на етапі уточнення в методі «переможець, що підлаштовується». Якщо частка того, хто програв становить дріб виду $1/2$, $1/4$, $1/8$ і т.д., то ці частки можна отримати за допомогою методу «діли-і-обирай», повторюючи потрібну кількість разів. Але, взагалі кажучи, тому, хто ділить, нелегко поділити точно навпіл; краще витратити ці зусилля на метод «переможець, що підлаштовується», який також вимагає перекладу в кількісну форму, зате призводить до вільного від заздрості, ефективного і рівноцінного поділу.

Він також простий в застосуванні і справедливий в більшості випадків. «Діли-і-обирай» може стати порівняно складнішим, хоча його узагальнення (метод тримінга) заснований на тих же простих міркуваннях, що і «діли-і-обирай»: один з учасників ділить спірні ресурси на рівноцінні (на його власну думку) частини, а інші забезпечують рівноцінність шляхом підрівнювання (тримінга). Як і «діли-і-обирай», метод тримінга веде до вільного від заздрості розподілу. Звільнення від заздрості особливо важливо в емоційно напружених ситуаціях, наприклад, в сім'ї, коли відбувається поділ власності між родичами і спровокувати почуття заздрості, що може виявитися вибухонебезпечним. Для ефективного використання методу тримінга корисно мати деяке число дрібних

ресурсів, які легко переміщати для вирівнювання наборів або відокремлювати від них для забезпечення рівноцінності наборів.

Метод «переможець, що підлаштовується» легко застосовний до реальних ресурсів, але гірше до проблем, де необхідний великий обсяг попередніх перемовин. При застосуванні методу «переможець, що підлаштовується» до ресурсів, наприклад, при розлученні або поділі майна, є тільки одна складність для кожного з учасників необхідність розподілити бали, що відображатимуть рівень переваги кожного ресурсу. Якщо мова йде не про речі матеріального світу, а про проблеми, які треба буде розв'язати, то сторонам необхідно попередньо домовитися про те, що являють собою ці проблеми і що означає перемога чи поразка по кожній з них.

«Розбиття» проблем має вирішальне значення при застосуванні методу «переможець, що підлаштовується», особливо розбиття однієї великої проблеми на частини так, щоб вони були максимально виділеними один від одного. Так, якщо найголовнішим в трудовому спорі є питання про зарплату, то ніщо не може компенсувати програш по цьому пункту. Але часто подібну проблему можна розбити на складові частини, наприклад, основну погодинну ставку або відрядну оплату, оплату понаднормових, пільгове медичне обслуговування і т. п., причому різні складові мають різні пріоритети у працівників і роботодавців. Таким чином, «зарплата» перетворюється в набір компенсацій, компоненти якої можна розглядати як самостійні проблеми. Необхідно подбати про те, щоб спірні проблеми були порівняно незалежними один від одного. Потрібно, щоб перемога однієї зі спірних пунктів не відбивалася на оцінці іншого пункту, тоді підсумовування балів за всіма пунктами буде осмисленим.

Маніпулювання в методі «переможець, що підлаштовується» в достатній мірі складно здійснити, щоб не представляти серйозної практичної проблеми. Теоретично у використанні методу «переможець, що підлаштовується» є пастка, яка полягає в тому, що одна зі сторін може збільшити свій вииграш за рахунок іншої, якщо знатиме заздалегідь про розставлені пріоритети. Але серйозною практичної небезпеки ця загроза не має, оскільки вкрай малоймовірно, що в

однієї зі сторін буде точна інформація, яка необхідна для використання. Насправді, промах навіть по одному пункту може привести до дуже плачевних наслідків для обох сторін, в той час як стратегія відвертості гарантує результат, вільний від заздрості. Тому, практично немає стимулу для маніпулювання при застосуванні методу «переможець, що підлаштовується», коли відверта стратегія гарантує стороні не менше половини загальної цінності, за її власною оцінкою.



ВИСНОВКИ

На підставі зробленого дослідження, можна зробити висновки, які свідчать про неоднозначність виокремлення певного методу. Теоретично можливо маніпулювання вибором, але розрахунки вкрай складні, навіть при допущенні, що сторонам відомі переваги один одного. Такі розрахунки не тільки не виправдовують необхідних зусиль, але, іноді можуть призвести до погіршення результату поділу для всіх учасників.

При вирішенні завдань між обома учасниками зазначені методи дозволяють цілковито вирішити проблему справедливого поділу, однак, коли кількість учасників спору збільшуватиметься, відповідно буде змінюватись складність розрахунків.

Відзначимо також особливість кожного методу в його застосуванні окремо. Оскільки кожний з них відрізняється за складністю та простотою тлумачення, слід врахувати принцип дотримання усіх основних критеріїв – пропорційності, відсутності заздрості, рівноцінності та ефективності. Як показало дослідження, метод суворої почерговості, має значну проблему, що пов'язана з ризиком формування заздрості у іншого учасника, збалансована почерговість може мати маніпулятивний ефект. У використанні методу «переможець, що підлаштовується», учасником може бути використана стратегія збільшення результатів за рахунок того, що він буде знати про пріоритети іншого, а класичний метод «діли-і-обирай» не гарантує рівноцінного поділу.

Таким чином, можна дійти висновку, що усі ці методи звісно є ефективними у використанні на практиці, якщо всі сторони будуть щирими між собою. У супротивному випадку гарантія того, що поділ є справедливий може втратити свою цінність як таку.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ПОСИЛАНЬ

- [1] Austin, A. K. (1982). "Sharing a Cake." *Mathematical Gazette* 66, no. 437 (October): 212-215.
- [2] Barbanel, Julius B., *The Geometry of Efficient Fair Division*, Cambridge University Press (2005)
- [3] Brams, Steven J., and Alan D. Taylor, "An Envy-Free Cake Division Protocol," *American Mathematical Monthly* 102 (1995)
- [4] Brams, Steven J., and Jeffrey M. Togman (1996/1998). "Camp David: Was the Agreement Fair?" *Conflict Management and Peace Science* 13, no. 3 (1996): 99-112; revised and expanded version in Frank P.
- [5] Brams, Steven J., Michael A. Jones, and Christian Klamler, "Proportional Pie Cutting," *International Journal of Game Theory* (2007)
- [6] Cohen, Herb. *You Can Negotiate Anything*. ZebraBooks, 1994 (русский перевод: Герб Коэн. Обо всём можно договориться. М.: АСТ, 2010).
- [7] Dubins, L. E., and E. H. Spanier, "How to cut a cake fairly," *American Mathematical Monthly* 68 (1961) 1-17
- [8] J. B. Barbanel, S. J. Brams. *Two-Person Cake-Cutting: The Optimal Number of Cuts.*, 2011, 21 p.
- [9] J. Robertson, W. Web. *Cake-Cutting Algorithms: Be Fair If You Can*. New York, 1998. 177 p.
- [10] Reijnierse, J.H., Potters, J.A.M. On Finding an Envy-Free Pareto-Optimal Decision. *Mathematical Programming* 83, No 2, 1998, pp. 291-311.
- [11] Rubchinsky A. Brams-Taylor Model of Fair Division for Divisible and Indivisible Items. *Mathematical Social Science*, 2010, pp. 1-14.
- [12] Rubchinsky A. Fair Division with Divisible and Indivisible Items: Working paper WP7/2009/05. Moscow: NRU Higher School of Economics, 2009, 44 p.
- [13] S. J. Brams, A. D. Taylor. *Fair Division: From Cake-Cutting to Dispute Resolution*. Cambridge: Cambridge University Press, Australia, 1996. 272 p.

- [14] S. J. Brams. Mathematics and democracy: designing better voting and fair-division procedures. New Jersey. 2008. 392 p.
- [15] Steven J. Brams, Alan D. Taylor, William S. Zwicker. A Moving-Knife Solution to the Four-Person Envy-Free Cake Division // Proceedings of the American Mathematical Society. — 1997. — Т. 125, вып. 2
- [16] Walter Stromquist. A pie that can't be cut fairly // Dagstuhl Seminar Proceedings 07261. — 2007.
- [17] Willson, S.J. Fair Division Using Linear Programming. Preprint, Department of Mathematics, Iowa State University, 1998.
- [18] Young, H. Peyton (1995). "Dividing the Indivisible." American Behavioral Scientist 38, no. 6 (May): 904-920.
- [19] Алескеров Ф. Т., Хабина Э. Л., Шварц Д. А. Бинарные отношения, графы и коллективные решения. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. 344 с.
- [20] С. Д. Брамс, А. Д. Тейлор. Делим по справедливости, или гарантия выигрыша каждому. Перевод с англ. - ОМ. Яновская, научный редактор - д.т.н. Ф.Т. Алескеров. серия «Экономика и бизнес». - М.: СИНТЕГ, 2002, 196 с.